Группа 320.

Тема № 7: Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей. Элементы математической статистики. (19 уроков Уроки 88 – 106).

06.04.20. Уроки 88, 89. Множества и подмножества. Элементы комбинаторики.

Приведен справочный материал. Писать конспект.
Задания выполнить и направить на почту преподавателя.

1. Множество и его элементы.

Буквами N, Z, Q, R, C обозначают соответственно множества натуральных, целых, рациональных, действительных и комплексных чисел.

Если x — элемент множества A, то пишут $x \in A$, а если x не является элементом множества A, то пишут $x \notin A$.

Если каждый элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subset B$ или $B \supset A$ и говорят, что множество A является *подмножеством множества* B. В этом случае говорят также, что A содержится в B или что B содержит A.

Например, $N \subset Z$, $Q \subset R$, $R \subset C$.

Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то $A = B$. Иначе говоря, множества A и B *равны*, если каждый элемент множества A принадлежит множеству B, а каждый элемент множества B принадлежит множеству A.

Для удобства вводится понятие *пустого* множества (его обозначают $\varnothing$), которое по определению не содержит элементов и содержится в любом множестве.

Числовые промежутки можно записывать как с помощью неравенств, так и с помощью символики, используемой для обозначения отрезков, лучей, интервалов и др. Один и тот же промежуток обозначают, например, так:

1) $x \leqslant 2$ и $(-\infty; 2]$; 2) $x > -3$ и $(-3; +\infty)$; 3) $-1 < x \leqslant 5$ и $(-1; 5]$.

2. Операции над множествами.

Множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A и B, называется *объединением* множеств A и B и обозначается $A \cup B$ или $A + B$.

Например, если $A = [1; 4]$, $B = [2; 7)$, то $A \cup B = [1; 7)$.

Множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству A, так и множеству B, называется *пересечением* множеств A и B и обозначается $A \cap B$ или AB. Если $A \cap B = \varnothing$, то говорят, что множества A и B не пересекаются.

Например, если $A = [2; 6)$, $B = (3; 8]$, то $A \cap B = (3; 6)$, а если $A = [1; 5]$, $B = (6; 9)$, то $A \cap B = \varnothing$.

Множество, состоящее из всех элементов множества A, не принадлежащих множеству B, называется *разностью* множеств A и B и обозначается $A \setminus B$.

Например, если $A = [1; 5]$, $B = (2; 4]$, то $A \setminus B = [1; 2] \cup (4; 5]$.

Комбинаторика

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

Задача 1 Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3?

▶ В качестве первой цифры может быть выбрана любая из цифр 1, 2, 3 (т. е. $n = 3$). Второй цифрой может быть выбрана любая из четырёх данных цифр 0, 1, 2, 3 (т. е. $m = 4$). Согласно правилу произведения число всевозможных двузначных чисел, составленных с помощью предложенных цифр, равно $n \cdot m = 3 \cdot 4 = 12$.

Ответ 12. ◁

Задача 2 Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 3?

▶ При решении задачи 1 было установлено, что с помощью цифр 0, 1, 2 и 3 можно записать 12 различных двузначных чисел. К каждому из них можно приписать любую из четырёх имеющихся цифр, получая тем самым различные трёхзначные числа. Таким образом, согласно правилу произведения существует $12 \cdot 4 = 48$ различных трёхзначных чисел, записанных с помощью данных цифр.

Ответ 48. ◁

Решить самостоятельно. Решения направить на почту преподавателя до 10.04.
a.r.goldin@yndex.ru

Упражнения

1043 Сколько различных двузначных чисел с разными цифрами можно записать, используя цифры:
1) 1, 2 и 3; 2) 4, 5 и 6; 3) 5, 6, 7 и 8;

1044 Сколько различных трёхзначных чисел можно записать с помощью цифр:
1) 2 и 3; 2) 8 и 9; 3) 0 и 2; 4) 0 и 5?

1050 Сколькими способами можно составить расписание 5 уроков на один день из 5 различных учебных предметов?

1046 Сколько различных четырёхбуквенных *слов* можно записать с помощью букв:
1) «м» и «а»; 2) «п» и «а»; 3) «к», «а» и «о»; 4) «ш», «а» и «л»?